УДК 372.851
ББК Ч426-24 /29-22

В. П. Кочнев, С. А. Новоселов

Екатеринбург

РАЗВИТИЕ ТВОРЧЕСКИХ СПОСОБНОСТЕЙ УЧАЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОБЛЕМНЫХ СИТУАЦИЙ ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНОГО СОДЕРЖАНИЯ

ГСНТИ 14.25.09
Код ВАК 13.00.01; 13.00.02

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: профильное обучение; математическое моделирование; творческие способности; естественнонаучный профиль; творческий потенциал; структурно-функциональная модель.

АННОТАЦИЯ. Рассматриваются новые возможности развития творческих способностей учащихся в условиях профильного обучения как современной и эффективной формы общего образования. Предлагается комплекс творческих задач по математическому моделированию для учащихся классов естественнонаучного профиля. Обосновывается необходимость введения новой организационной формы развития творчества учащихся — олимпиады по математическому моделированию и решению задач естественнонаучного содержания.

V. P. Kochnev, S. A. Novoselov

Ekaterinburg

DEVELOPMENT OF THE STUDENTS' CREATIVE ABILITIES IN THE PROCESS OF MATHEMATIC MODELING OF PROBLEM SITUATIONS WITH NATURAL SCIENCE CHARACTER

KEY WORDS: specialized education; mathematical modeling; creativity; natural scientific profile; creativity potential; structural-functional model.

ABSTRACT. New opportunities for development of creative abilities of students in the course of specialized education are considered modern and effective forms of secondary education. A complex of creative challenges in mathematical modeling is proposed for students specializing in Natural Science. Noted the need for the introduction of new organizational forms of creativity development i. e. Olympics on mathematical modeling and problem solving with Natural Science content.

Динамично развивающееся современное общество предъявляет новые требования к системе образования. Одно из них — повышение качества обучения. Его выполнение во многом зависит от педагогической организации самостоятельной деятельности учащихся, от того, насколько они мотивированы на проявление творчества в учебной деятельности, насколько развиты их способности творчески мыслить, чувствовать и видеть ситуации нового вида и находить в них нестандартные решения [5].

© Кочнев В. П., Новоселов С. А., 2011

Одним из важнейших направлений обеспечения мотивации учащихся к творчеству является реализация концепции профильного обучения на старшей ступени общего образования.

Профильное обучение — современная и эффективная форма организации образовательного процесса, которая создает необходимые предпосылки для активизации усилий субъектов образования в плане организации самостоятельной творческой деятельности учащихся в актуальных и общественно полезных сферах деятельности. К важнейшим из них относится сфера естественнонаучной деятельности, подготовка к которой организована в российских школах в классах естественнонаучного профиля, где стержневым предметом является математика.

Математика традиционно является фундаментом, на котором базируется развитие естественных наук. Усваивая математику, учащиеся овладевают инструментом будущей профессиональной деятельности, получают представление о математике как об особом способе познания реальной действительности.

При этом одним из основных математических инструментов в естествознании является математическое моделирование. Его применение в обучении позволяет показать учащимся универсальность математического аппарата как средства описания разнообразных явлений и процессов естествознания.

Неоспорим творческий потенциал математического моделирования в процессе научного исследования и создания новых технологий. Но резервы применения этого метода в аспекте развития творческих способностей учащихся, ориентированных на естественнонаучную деятельность, а также возможности его комбинирования с известным методом проблемного обучения раскрыты и исследованы недостаточно.

Метод математического моделирования заключается в том, что для исследования какого-либо явления или объекта выбирают или строят другой объект, в каком-то отношении подобный исследуемому.

Построенный или выбранный объект изучают и с его помощью решают проблемы, исследовательские задачи, а затем результаты решения этих задач переносят на первоначальное явление или объект [4].

Этот метод становится еще более эффективным и широко распространенным с появлением компьютерной техники.

Поэтому задача формирования умений и навыков, необходимых для создания математических моделей и задач, возникающих в естественных науках и на стыке различных наук и научных дисциплин, является одной из главных в профильном естественнонаучном образовании.

При этом актуализируется также вопрос о выразительных средствах и возможностях математического языка. Исследователь, овладевший его выразительными средствами, как правило, резко увеличивает свои возможности по обработке необходимой для решения задачи информации и значительно чаще получает творческий результат.

Наиболее эффективен в данном аспекте метод аналогий как один из методов моделирования.

Достаточно упомянуть о графических методах решения задач с параметрами, в которых эффективность применения математического моделирования оказывается достаточно высокой.

С другой стороны, возможен переход от геометрических объектов к языку уравнений и неравенств [3].

Исходя из этого в математическом образовании, реализуемом в рамках естественнонаучного профиля, на первое место выдвигаются задачи:

усвоения учащимися языка современной математики (включая основы теории множеств как языкового фундамента современной математики);

формирования умений построения математических моделей различных процессов и объектов естественнонаучного содержания;

усвоения необходимых для этого понятий логики: определения, аксиомы, теоремы и доказательства.

Следовательно, рассматривая резервы математической подготовки учащихся классов естественнонаучного профиля, мы должны обратить внимание на высокий творческий потенциал математического моделирования, который оказывает влияние на развитие творческих способностей учащихся.

При этом мы предположили, что в качестве содержательного базиса учебно-творческой деятельности на уроках математики должен использоваться предложенный учителем и непрерывно дополняемый учащимися учебно-методический комплекс проблемных ситуаций естественнонаучного содержания и их математических моделей [2].

Известно, что каждая проблемная ситуация является источником конкретных задач, которые требуют соответствующего решения.

Одна из важнейших характеристик любой системы учебных задач — ее дидактическая полнота, которая определяется тем, как реализованы в такой системе основные функции учебных задач. Поскольку основные функции учебной задачи — реконструировать и переводить известные формы уже имеющегося опыта в процесс познавательной активности учащихся и содержание их умственной деятельности, то в дидактике в качестве ведущих функций задач в учебном процессе обычно выделяют образовательную, развивающую и воспитательную функции [1].

В обучении математике большинство задач дается обучающемуся в готовом виде — задача сформулирована и поставлена, при этом разные субъекты образовательного процесса по-разному осведомлены о способах решения задач и их результатах.

Свернутые в задачах результаты предметной деятельности могут иметь различную степень разрешимости, а значит, учебно-предметные задачи позволяют ставить и достигать в учебном процессе разные дидактические цели. Задачи, алгоритмы решения которых явно видимы, служат для выработки у учащихся инструментальных репродуктивных умений, доведения их до автоматизма. А задачи, искомые факты и способы деятельности в которых намеренно скрыты, являются средством развития творческих способностей [6].

Проблемное обучение направлено на формирование познавательной самостоятельности учащихся, развитие их логического, рационального критического и творческого мышления, их познавательных способностей. Его основная идея состоит в том, что учитель не излагает новый материал, а ставит перед учащимися учебную проблему, формулируя тем самым познавательную задачу, для решения которой наличных знаний и умений у учащихся пока недостаточно. После этого он демонстрирует, как поставленную проблему или один из ее аспектов можно конкретизировать в точно сформулированной задаче.

При этом по ходу изложения материала учитель выдвигает и проверяет гипотезы, обсуждает с учащимися и сравнивает различные подходы к ре-

шению смоделированной математической задачи, а учащиеся становятся не только свидетелями, но и участниками научного процесса. Проверка этих гипотез приводит к тому, что проблемная ситуация преобразуется либо в серию задач, либо в новое видение проблемы и ее математическую модель.

Учебно-творческая деятельность учащихся на уроках математики организуется на основе свободного выбора ими проблемных ситуаций естественнонаучного содержания, моделирования соответствующих этим ситуациям естественных процессов и явлений.

При этом учащиеся используют доступный для них математический аппарат с целью самостоятельного формулирования различных вариантов творческих математических задач, соответствующих полученным математическим моделям, и дальнейшего поиска вариантов решения этих задач.

Результативность педагогически организованного процесса развития творческих способностей учащихся на уроках математики в классах естественнонаучного профиля обеспечивается тем, что учебно-творческая деятельность на уроках математики включает в себя следующие компоненты:

самостоятельный выбор учащимися проблемных ситуаций естественнонаучного содержания, вызывающих их личностный интерес;

моделирование естественных процессов и явлений, соответствующих выбранным проблемным ситуациям, с использованием доступного учащимся математического аппарата;

самостоятельное формулирование учащимися различных вариантов творческих математических задач, соответствующих полученным моделям, и дальнейший поиск вариантов решения этих задач;

выполнение творческого проекта, содержательно связанного с математическим моделированием выбранной проблемной ситуации, и его защита в форме деловой игры.

Важным мотивационным фактором развития творческой деятельности учащихся на уроках математики в классах естественнонаучного профиля является организация новой соревновательной формы дополнительного образования — олимпиады по решению самостоятельно разработанных учащимися творческих задач естественнонаучного содержания.

Олимпиада организуется с целью повышения математической культуры учащихся старших классов в моделировании проблемных ситуаций и решении творческих математических задач.

Наличие постоянно пополняемого комплекса проблемных ситуаций и соответствующих им творческих задач разной трудности позволяет руководителям олимпиады вовлечь в активную работу практически всех участников.

Большое количество предлагавшихся ситуаций естественнонаучного содержания и соответствующих задач (многие из них очень трудны) создает атмосферу творческого соревнования, творческой активности.

Участники олимпиады сообщают друг другу наиболее интересные решения своих задач, активно обсуждают их решения со учителем.

Системность методической деятельности учителя по развитию творческих способностей учащихся на уроках математики в классах естественнонаучного профиля достигается реализацией в процессе обучения структурно-функциональной модели организации учебно-творческой деятельности, которая включает в себя четыре необходимых блока (см. рис.).

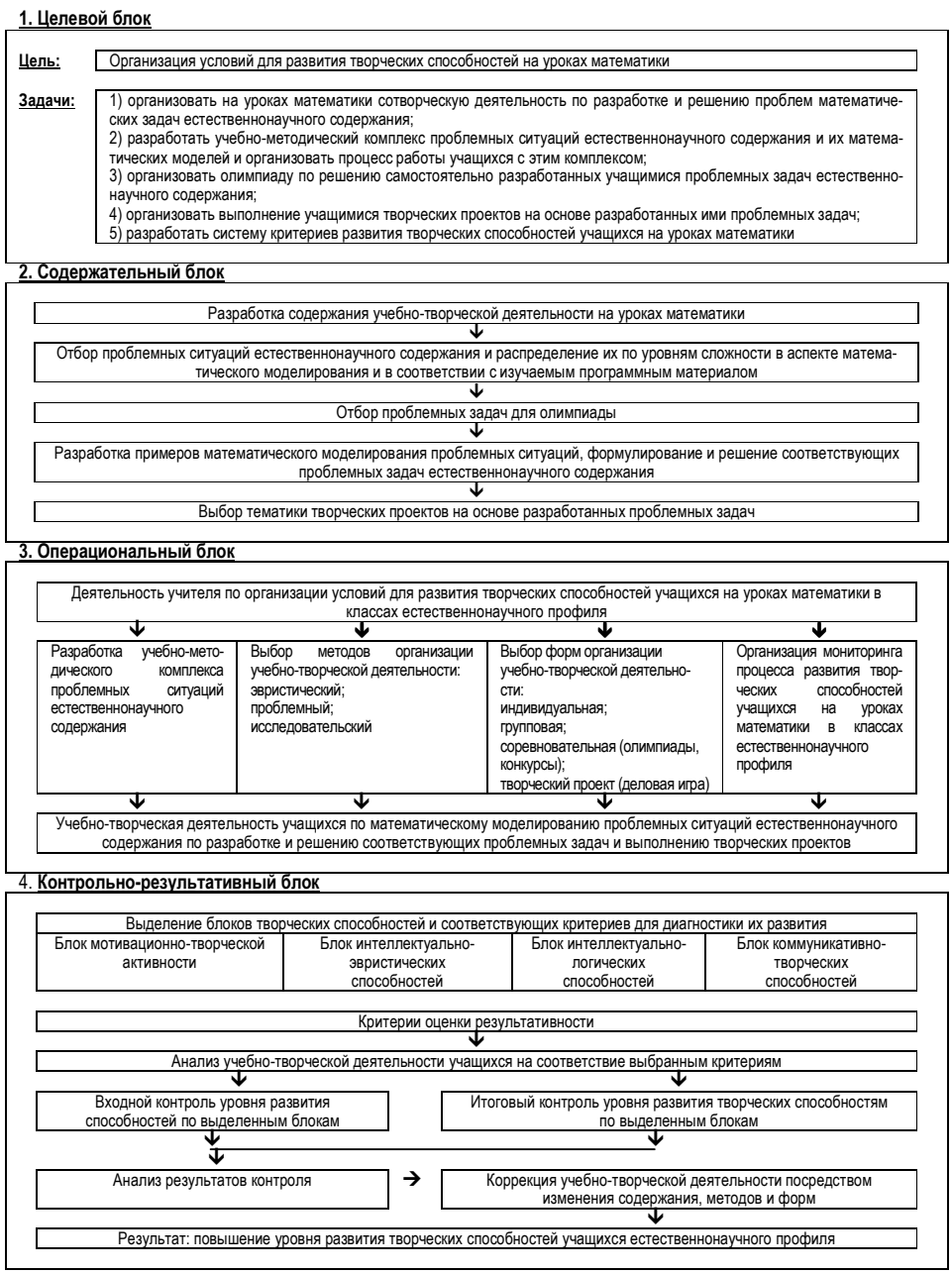

Рис. **Структурно-функциональная модель процесса развития творческих способностей учащихся на уроках математики в классах естественнонаучного профиля**

Для реализации представленной структурно-функциональной модели была разработана следующая методика решения проблемных творческих задач естественнонаучного содержания.

На основе разработанного учебно-методического комплекса проблемных ситуаций и задач естественнонаучного содержания и их математических моделей организуется самостоятельная работа учащихся:

а) учащиеся получают задания в электронном виде, в которых содержится перечень данных и условий для построения проблемных ситуаций. Они могут самостоятельно построить математические модели, сформулировать задачи, записать необходимые данные, решить задачу и сделать проверку;

б) учащиеся вместе с учителем выбирают проблемные ситуации естественнонаучного содержания и распределяют их по уровням сложности; учащиеся моделируют эти проблемные ситуации и занимаются постановкой задач. Затем они решают их и обсуждают полученные решения;

в) лучшие из придуманных задач учащиеся предлагают для включения в олимпиаду по моделированию ситуаций естественнонаучного содержания.

Приведем примеры олимпиадных задач естественнонаучного содержания, разработанных учащимися.

Задача 1 [3]

Найти конус наибольшего объема, образующая которого равна *L*, внутри которого совершает движение заряженная частица в однородном магнитном поле в среде с сопротивлением.

Решение

Первый этап решения задачи заключается в том, что мы должны разобрать условия наибольшего объема конуса:

а) объем конуса выражается через высоту и радиус основания конуса *R* следующим образом:

$$V_k = \frac{1}{3}\pi R^2 H$$

В эту формулу входят две переменные (*R* и *H*), однако одну из них можно исключить, поскольку образующая конуса равна *L*.

По теореме Пифагора имеет место $R^2 + H^2 = L^2$, и тогда $V(H) = \frac{1}{3}\pi(L^2 - H^2)H$

ТАКИМ ОБРАЗОМ, ПОЛУЧИМ ФУНКЦИЮ

$$V(H) = \frac{1}{3}\pi L^2 H - \frac{1}{3}\pi H^3$$

Отсюда получаем:

$$V'(H) = \frac{1}{3}\pi L^2 - \pi H^2.$$

Областью определения функции *V (H)* (по смыслу задачи) является отрезок $0 \ll H \ll L$. Для определения критических точек функции $V = V(H)$ необходимо решить уравнение $V'(H) = 0$.

Очевидно, что на области определения функции $V = V(H)$ имеется лишь одна критическая точка $H = \frac{L}{\sqrt{3}}$.

Следовательно, конус, образующая которого равна *L*, высота $H = \frac{L}{\sqrt{3}}$, имеет наибольший объем, равный

$$V_{max} = \frac{2\sqrt{3}\pi L^3}{27}.$$

На втором этапе решения рассмотрим движение заряженной частицы в однородном магнитном поле в среде с сопротивлением:

б) если на заряженную частицу помимо силы Лоренца действует сила сопротивления среды $\vec{F} = -\alpha\vec{f}$, где α — коэффициент сопротивления, зависящий от свойств среды, то уравнение движения в компонентах будет иметь вид:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = \frac{qH}{c}\dot{y} - \alpha\dot{x} \\ m\ddot{y} = -\frac{qH}{c}\dot{x} - \alpha\dot{y} \\ m\ddot{Z} = -\alpha\dot{Z} \end{cases} \quad (1)$$

Третье уравнение решим отдельно, дважды интегрируя и подставляя начальные условия. Получим:

$$z = Z_0 + \frac{Z'_0}{\gamma}(1 - e^{-\gamma t}), \text{ где } \gamma = \frac{u}{m}$$

Такое решение означает, что траектория заряженной частицы лежит в полосе между плоскостями

$$Z = Z_0 \text{ и } Z = Z_0 + \frac{Z'_0}{\gamma}$$

Первые два уравнения (1) сводятся к линейному однородному уравнению

$$\xi' + (i\omega + \gamma)\xi = 0$$

Интегрируя его, получим:

$$\xi = \dot{x} + i\dot{y} = (x'_0 + iy'_0)e^{-(\gamma+i\omega)t}.$$

Еще раз проинтегрировав и подставив начальные условия, приходим к следующему решению:

$$x - x_0 + i(y - y_0) - \frac{x'_0 + iy'_0}{\gamma + i\omega} \cdot \left(1 - e^{-(\gamma+i\omega)t}\right) \text{ или}$$

$$\begin{cases} x - x_0 - \frac{x'_0\gamma + y'_0\omega}{\gamma^2+\omega^2} = \frac{e^{-\gamma t}}{e^{-\gamma t}} \cdot \left[\left(x'^{\omega} - y'_0\gamma\right)\sin\omega t - \left(y'^{\omega} + x'_0\gamma\right)\cos\omega t\right] \\ y - y_0 - \frac{y'_0\gamma - x'_0\omega}{\gamma^2+\omega^2} = \frac{e^{-\gamma t}}{e^{-\gamma t}} \cdot \left[\left(x'^{\omega} - y'_0\gamma\right)\cos\omega t + \left(y'^{\omega} + x'_0\gamma\right)\sin\omega t\right] \end{cases}$$

Уравнение траектории в плоскости xOy примет вид:

$$\left(x - x_0 - \frac{x'_0\gamma + y'_0\omega}{\gamma^2+\omega^2}\right)^2 + \left(y - y_0 - \frac{y'_0\gamma \quad x'_0\omega}{\gamma^2+\omega^2}\right)^2 - \frac{e^{-2\gamma t}}{\gamma^2+\omega^2} \cdot (x'^2_0 + y'^2_0)$$

Можно заметить, что заряженная частица равномерно вращается с постоянной угловой скоростью ω по окружности радиуса

$$\sqrt{\frac{x'^2_0+y'^2_0}{\gamma^2+\omega^2}} \cdot e^{-\gamma t}$$

в плоскости xOy, а в пространстве частица движется по винтовой линии с образующей, изменяющейся по экспоненциальному закону $e^{-\gamma t}$ и асимптотически сходящейся в точку (вершина конуса) на бесконечности $(t = \infty)$ (см. рис 2).

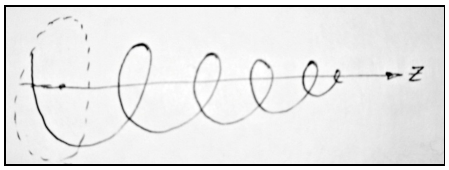

Рис. 2. **Траектория движения заряда в магнитном поле при наличии сопротивления среды**

Задача 2 [7]

Сосуд содержит 100 л раствора, в котором растворено некоторое количество соли. В сосуд добавляется чистая вода со скоростью 30 л / мин. Одновременно раствор вытекает из сосуда с такой же скоростью. При помощи перемешивания поддерживается равномерная концентрация соли в растворе. Каково изменение содержания соли в сосуде в зависимости от времени?

Решение

Если мы обозначим количество соли, содержащейся в сосуде в момент времени *t*, через *S (t)*, а в момент времени t_0 через $S(t_0)$, то для изменения $\Delta S = S(t) \quad S(t_0)$ за интервал времени $\Delta t = t - t_0$ имеем: ΔS — приток за время, Δt — сток за время, Δt — сток за время Δt.

Если бы концентрация раствора не менялась в каждый момент времени, а была бы равной в интервале времени Δt концентрации $\frac{S(t_0)}{100}$ в момент t_0, то сток за время Δt был бы равен: (скорость стока)·(концентрация)·(время) = $= \frac{30 \cdot S(t_0)}{100} \cdot \Delta t$. Поэтому изменение количества соли в сосуде за единицы времени равнялось бы $\frac{\Delta S}{\Delta t} = -0{,}3S(t_0)$.

Но так как концентрация раствора изменяется в каждой момент времени, мы должны для получения более точного результата выбрать Δt как можно

меньшее. Точнее: рассмотреть $t \to t_0$.

Полученная выше формула дает точный результат, т. е.

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = -0{,}3S(t_0).$$

Так как $\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt}(t_0)$, то изменение количества соли в каждый момент (мгновенное изменение в момент времени t) задается формулой $\frac{dS}{dt} = -0{,}3(t)$. Интегрируя, получаем дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными:

$$\int \frac{dS}{S} = -0{,}3 \int dt, \quad \ln|S| = -0{,}3t + \ln c$$

Получим искомую зависимость содержания соли в растворе от времени $S = c \cdot e^{-0{,}3t}$, где c — некоторая константа.

Приведенные в статье педагогические условия развития творческих способностей учащихся классов естественнонаучного профиля на уроках математики, соответствующая им структурно-функциональная модель и методика решения проблемных творческих задач естественнонаучного содержания прошли всестороннюю апробацию в лицее № 130 г. Екатеринбурга. Ее результаты дают основание предложить расширенное внедрение наших разработок в практику всех существующих классов естественнонаучного профиля.

ЛИТЕРАТУРА

1. КЛЕКОВКИН Г. А., МАКСЮТИН А. А. Задачный подход к обучению математике и его реализации в условиях ЕГЭ // Образование и наука. Известия Уральского отделения РАО. Приложение №2 (6), февраль. 2007.
2. КОЧНЕВ В. П. Некоторые элементы обучения решения задач с позиции теории моделирования // Проблемы подготовки учителя математики к преподаванию в профильных классах : тез. докл. XXV всерос. семинара преподавателей математики пед. вузов / под ред. А. Г. Мордковича ; Моск. гор. пед. ун-т. Москва ; Киров, 2006.
3. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ модели в прикладных задачах : естественнонаучные примеры : метод. указания по курсу «Высшая математика» / А. В. Зенков, В. В. Соловьянов, А. В. Урсулов ; УГТУ. Екатеринбург, 1995.
4. МЕЛЬНИКОВ Ю. Б. Математическое моделирование : структура, алгебра моделей, обучение построению математических моделей. Екатеринбург : Урал. изд-во, 2004.
5. НОВОСЕЛОВ С. А., КРАЮХИНА О. Е. Активизация профессионального ориентирования творчества студентов профессионально-педагогического вуза // Образование и наука. 2008. №8 (56).
6. ФРИДМАН Л. М. Как научиться решать задачи. Москва : МПСИ ; Воронеж : Изд-во НПО «МОДЭК», 1999.
7. ШАТУНОВА Т. И. Методическая разработка для практических занятий по использованию математических методов при решении задач из химии и химической техники. Екатеринбург : Изд-во УЛТИ, 1984.

Статью рекомендует д-р пед. наук, проф. Т. Н. Шамало